

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. АЛЬ-ФАРАБИ  
Физико-технический факультет  
Кафедра Электроники и астрофизики

Алимгазинова Н.Ш.

**Теоретические основы электротехники**

для студентов, обучающихся по специальности  
«Промышленная электроника и системы управления»

Алматы, 2025

## 9 лекция. Нелинейные электрические цепи

**Цель лекции.** Изучить основные понятия и характеристики нелинейных электрических цепей, понять особенности работы нелинейных элементов и методы их расчёта; освоить аналитический и графический методы анализа, а также влияние нелинейностей на форму сигналов и возникновение искажений.

### План

1. Основные понятия и определения нелинейных цепей. Основные параметры нелинейных элементов
2. Графический метод расчета нелинейных цепей. Последовательное и параллельное соединения нелинейных элементов
3. Аналитический метод расчета нелинейных цепей

### 1. Основные понятия и определения нелинейных цепей. Основные параметры нелинейных элементов

Нелинейные электрические цепи содержат в своем составе нелинейные элементы, основные параметры которых зависят от протекающего через него тока или приложенного к нему напряжения. Все нелинейные элементы (НЭ) классифицируют на две группы: *неуправляемые* и *управляемые*. К *неуправляемым нелинейным элементам* относятся лампа накаливания, барреттер, диод, газотрон. *Управляемыми нелинейными элементами* являются трех- и более электродные лампы, транзисторы, тиристоры.

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) нелинейных элементов являются кривыми линиями. ВАХ у них может быть *симметричной*  $I(U) = -I(-U)$  (рисунок 1а) и *несимметричной*  $I(U) \neq -I(-U)$  (рисунок 1б,в).

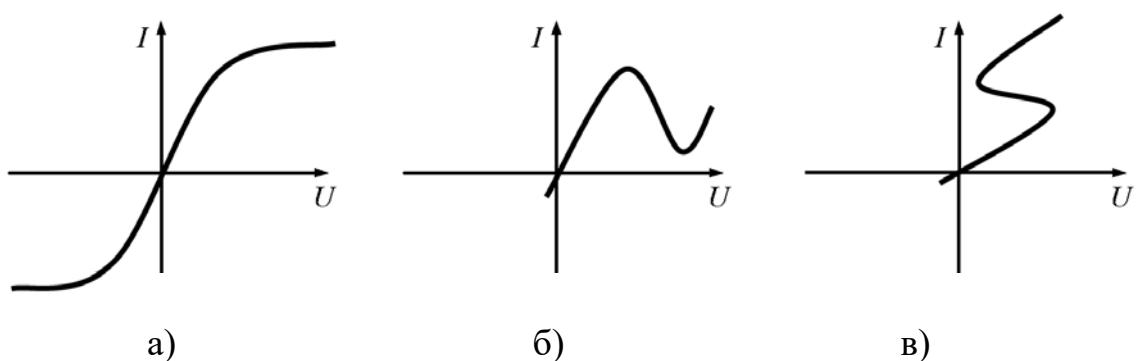


Рисунок 1 – Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов

У *нелинейных элементов с симметричной ВАХ сопротивление не зависит от направления тока и напряжения, а с несимметричной ВАХ – сопротивление зависит от направления тока и напряжения*. Вид ВАХ определяет область применения НЭ.

ВАХ нелинейных резистивных элементов может быть *монотонной* (рисунок 1а) и *немонотонной* (рисунок 1б,в). Для элементов с *монотонной* ВАХ *рост тока происходит при увеличении приложенного к элементу напряжению, и наоборот, возрастание напряжения на элементе происходит при увеличении тока*. В этом случае зависимость между током и напряжением будет однозначная, причем производные ВАХ будут принимать, во всех своих точках, только положительные значения (или 0)

$$\frac{dU}{dI} \geq 0, \quad \frac{dI}{dU} \geq 0. \quad (1)$$

ВАХ НЭ будет *немонотонной*, если *увеличение напряжения на зажимах элемента приводит к снижению значения тока (в диапазоне изменения токов и напряжений), или наоборот, увеличение тока приводит к уменьшению напряжения на зажимах элемента*.

В общем виде все ВАХ НЭ, в частности двухполюсников, классифицируются на шесть основных типа:

- ✓ «Насыщение по току» (рисунок 2,а);
- ✓ «Насыщение по напряжению» (рисунок 2,б);
- ✓ «Неоднозначность по току S-типа» (рисунок 2,в);
- ✓ «Неоднозначность по напряжению N-типа» (рисунок 2,г);
- ✓ «Гистерезисного типа» (рисунок 2,д);
- ✓ « $\lambda$ -типа» (рисунок 2,е).

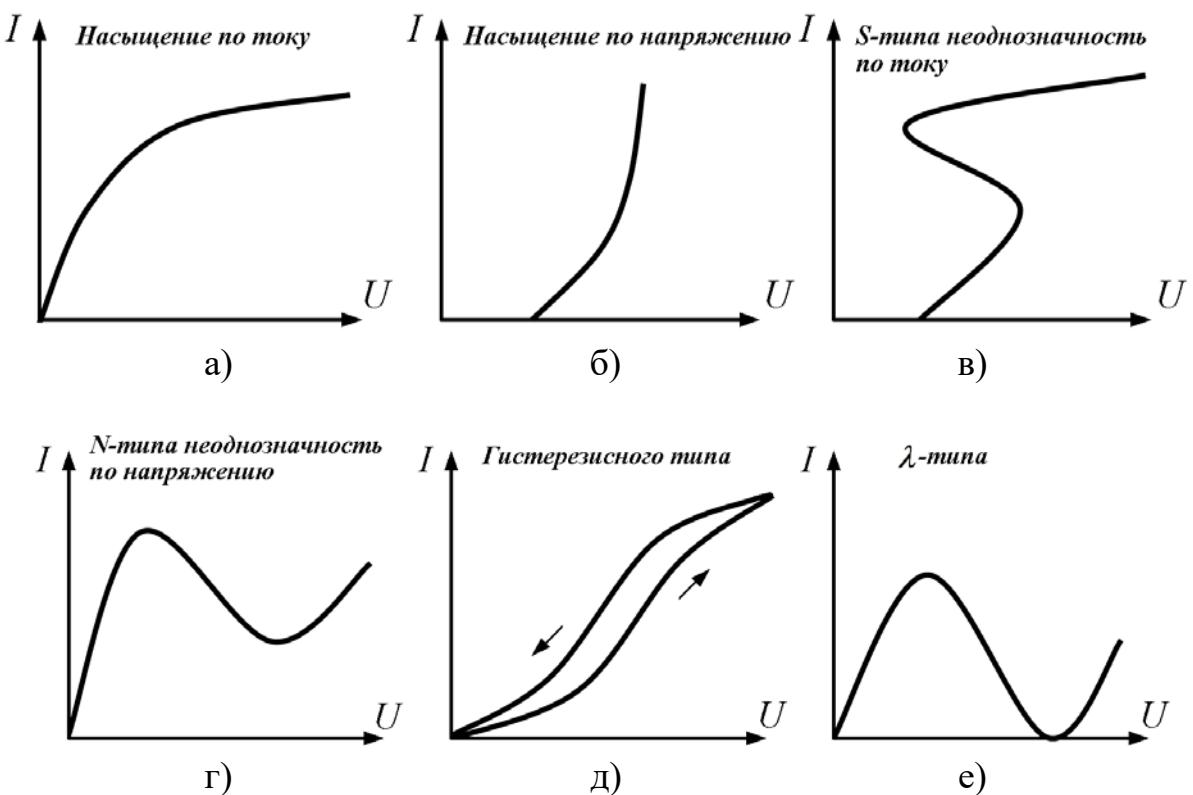


Рисунок 2 – Основные типы ВАХ нелинейных двухполюсников

ВАХ НЭ могут иметь зоны нечувствительности, т.е. только при определенных значениях тока или напряжения можно наблюдать вольт-амперную зависимость (рисунок 3,а,б).

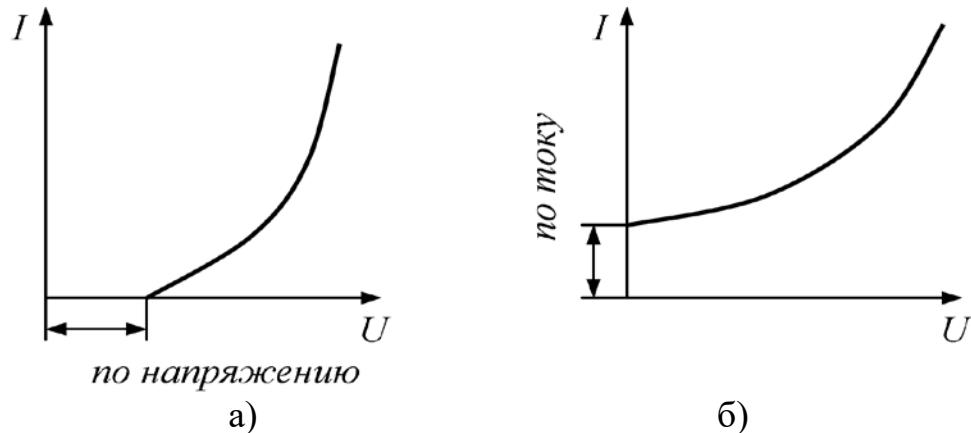


Рисунок 3 – ВАХ НЭ с неоднозначностью по напряжению (а) и по току (б)

Вид ВАХ НЭ может зависеть также от некоторой другой величины, которая непосредственно не связана с токами или напряжениями цепи, в которую включен данный элемент. Например для нелинейного резистивного двухполюсника вид ВАХ зависит от температуры, освещенности, давления и др. параметров. Подобные элементы относят к *неэлектрически управляемым двухполюсникам*.

Переменное сопротивление нелинейного элемента задается посредством ВАХ или зависимостями *статического* и *дифференциального сопротивлений* от тока или напряжения. *Статическое сопротивление*  $R_{cm}$  характеризует нелинейный элемент в неизменном режиме:

$$R_{cm} = \frac{U}{I}. \quad (2)$$

*Статическое сопротивление* можно определить тангенсом угла  $\alpha$  между соответствующей осью координат и прямой, соединяющей рабочую точку с нулевой (рисунок 4).

*Дифференциальное (динамическое) сопротивление*  $R_{dиф}$  равно отношению бесконечно малого приращения напряжения на нелинейном элементе к соответствующему бесконечно малому приращению тока:

$$R_{dиф} = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \quad (3)$$

*Дифференциальное сопротивление* можно определить тангенсом угла  $\beta$  наклона касательной к ВАХ в рабочей точке (рисунок 4).

Дифференциальное сопротивление может быть отрицательным, если на участке ВАХ при увеличении тока напряжение уменьшается либо при уменьшении тока напряжение увеличивается.

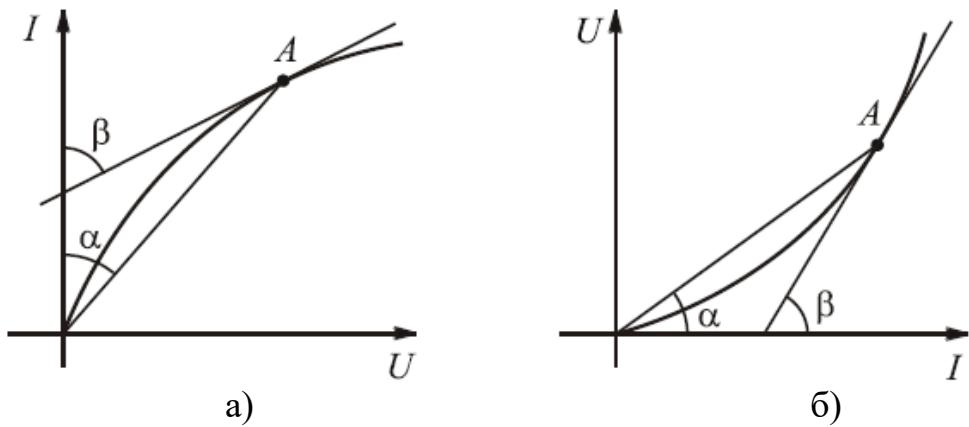


Рисунок 4 – Определение характеристик нелинейного элемента

Электрическое состояние нелинейных цепей описывается на основании законов Кирхгофа. Общих методов расчета нелинейных цепей не существует, так как все известные приемы и способы имеют различные возможности и области применения. Однако в большинстве случаев, анализ нелинейной цепи, может быть произведен *графическим* или *аналитическим методами*.

## 2. Графический метод расчета нелинейных цепей. Последовательное и параллельное соединения нелинейных элементов

В данном методе расчет работы цепи решается путем графических построений на плоскости. При этом характеристики всех ветвей нелинейной цепи будут записываться как функции одного общего аргумента, поэтому составленная по законам Кирхгофа система уравнений будет сводиться к одному нелинейному уравнению с одним неизвестным параметром. При применении графического метода расчета для различных видов соединений нелинейных электрических цепей используют методики описанные ниже.

### 2.1 Цепи с последовательным соединением резистивных элементов

При последовательном соединении нелинейных резисторов в качестве общего аргумента всегда принимается ток, протекающий через последовательно соединенные элементы.

Последовательность расчета следующая:

1. По заданным ВАХ  $U_i(I)$  отдельных резисторов в системе прямоугольных декартовых координат  $U - I$  строится результирующая зависимость  $U(I) = \sum U_i(I)$ .

2. На оси напряжений откладывается точка, соответствующая в выбранном масштабе заданной величине напряжения на входе цепи, из которой восстанавливается перпендикуляр до пересечения с зависимостью  $U(I)$ .

3. Из точки пересечения перпендикуляра с кривой  $U(I)$  опускается ортогональ на ось токов – полученная при этом точка соответствует искомому току в цепи.

4. По найденному значению искомого тока с использованием зависимостей  $U_i(I)$  определяются напряжения  $U_i$  на отдельных нелинейных резистивных элементах.

Применение данной методики показано на рисунке 5.

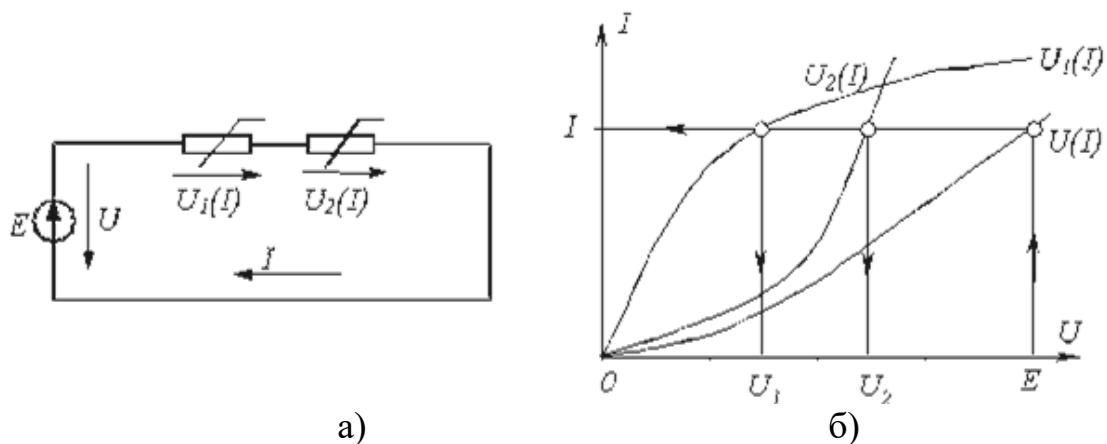


Рисунок 5 – Иллюстрация графического метода расчета цепи с последовательным соединением резистивных элементов

Также графическое решение для цепи с последовательным соединением резистивных элементов может быть проведено и **методом пересечений**. В этом случае один из нелинейных резисторов, например, с ВАХ  $U_1(I)$ , рисунок 12.4,а, считается внутренним сопротивлением источника с ЭДС  $E$ , а другой – нагрузкой. Тогда, как показано на рисунке 12.6, на основании соотношения  $E - U_1(I) = U_2(I)$  точка «*a*» пересечения кривых  $I(E - U_1)$  и  $U_2(I)$  определяет режим работы цепи. Кривая  $I(E - U_1)$  строится путем вычитания абсцисс ВАХ  $U_1(I)$  из ЭДС  $E$  для различных значений тока.

Использование метода пересечений наиболее рационально при последовательном соединении линейного и нелинейного резисторов. В этом случае линейный резистор принимается за внутреннее сопротивление источника, и линейная ВАХ последнего строится по двум точкам.

## 2.2 Цепи с параллельным соединением резистивных элементов

При параллельном соединении нелинейных резисторов в качестве общего аргумента принимается напряжение, приложенное к параллельно соединенным элементам.

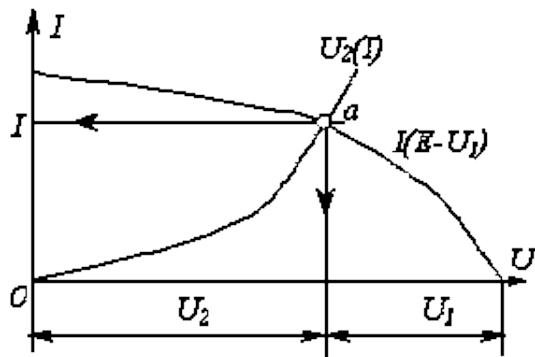


Рисунок 6 – Иллюстрация метода пересечений

Последовательность расчета следующая:

1. По заданным ВАХ  $U_i(I)$  отдельных резисторов в системе декартовых координат  $U - I$  строится результирующая зависимость  $I(U) = \sum I_i(U)$ .
2. На оси токов откладывается точка, соответствующая в выбранном масштабе заданной величине тока источника на входе цепи, из которой восстанавливается перпендикуляр до пересечения с зависимостью  $I(U)$ .
3. Из точки пересечения перпендикуляра с кривой  $I(U)$  опускается ортогональ на ось напряжений – полученная при этом точка соответствует искомому напряжению на нелинейных резисторах.
4. По найденному искомому напряжению с использованием зависимостей  $I_i(U)$  определяются токи  $I_i$  в ветвях с отдельными резистивными элементами.

Применение данной методики показано на рисунке 7.

### 2.3 Цепи с последовательно-параллельным (смешанным) соединением резистивных элементов

Последовательность расчета цепей со смешанным соединением следующая:

1. Исходная схема сводится к цепи с последовательным соединением резисторов, для чего строится результирующая ВАХ параллельно соединенных элементов.
2. Проводится расчет полученной схемы с последовательным соединением резистивных элементов, на основании которого затем определяются токи в исходных параллельных ветвях.

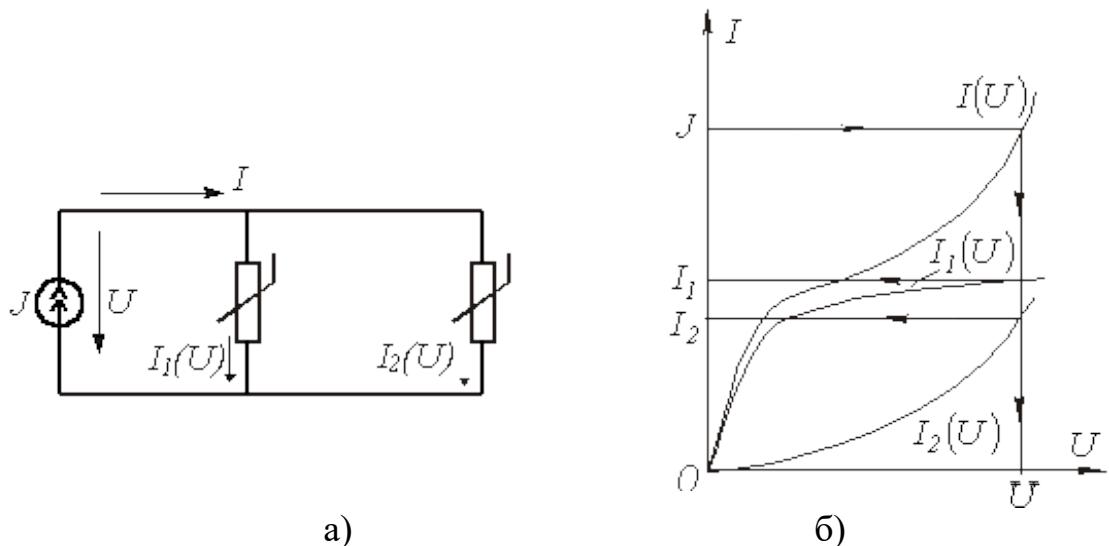


Рисунок 7 – Иллюстрация графического метода расчета цепи с параллельным соединением резистивных элементов

### 3. Аналитический метод расчета нелинейных цепей

В основе метода лежит сведение задачи о нахождении периодического решения нелинейных уравнений к определению периодического решения системы линейных уравнений.

*Основные этапы применения метода:*

1. Производится замена основной характеристики (вольт-амперной, вебер-амперной, кулон-вольтной) нелинейного элемента для мгновенных значений отрезками прямых линий.
2. Подставляют в нелинейные дифференциальные уравнения - уравнения прямых п. 1. Каждому нелинейному уравнению будет соответствовать столько линейных уравнений, сколько отрезков прямых заменяют характеристику нелинейного элемента;
3. Решают систему линейных дифференциальных уравнений. Каждому линейному участку характеристики нелинейного элемента будет соответствовать свое решение с соответствующими ему постоянными интегрирования;
4. Определяют постоянные интегрирования путем согласования решения на одном линейном участке с решением на другом линейном участке.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение нелинейным цепям и элементам.
2. Опишите классификацию нелинейных элементов по ВАХ.
3. Объясните принцип применения графического метода расчета.
4. Объясните принцип применения аналитического метода расчета.

### Литература

- 1 Алимгазинова Н.Ш. Теория Электрических Цепей. Курс Лекций. – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 8,7 пл..

2 Манаков С.М., Алимгазинова Н.Ш., Бурисова Д.Ж., Исимова А.Т. Основы электротехники в упражнениях и задачах. – Алматы: Қазақ университеті, 2016. –10 п.л..

3 Манаков С.М., Алимгазинова Н.Ш., Толегенова А.А. Учебно-Методическое Пособие По Курсу "Теория Электрических Цепей". – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 12 п.л.

4 Теоретические основы электротехники. Версия 1.0 [Электронный ресурс]: конспект лекций / С. Г. Иванова, В. В. Новиков. – Электрон. дан. (4 Мб). – Красноярск: ИПК СФУ, 2008.

5 Атабеков Г. И. Основы теории цепей : учебник / Г. И. Атабеков . – 2-е изд., испр . – СПб. : Лань, 2006 . – 432 с.

6 Прянишников В.А. Теоретические основы электротехники. М: КОРОНА-Век, 20 - 368 с.

7 Атабеков Г.И. Нелинейные электрические цепи. Теоретические основы электротехники. Учебное пособие. СПб.: Питер, Лань, 2010. – 432 с.

8 Бессонов Л.А. Электрические цепи. Теоретические основы электротехники. М: Юрайт, 2016. – 701 с.

9 Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для студ. вузов спец. Радиотехника. – М.: Высшая школа, 2000. – 574 с.